3. Modelos Univariantes de Probabilidad

Curso 2011-2012

Estadística

Modelos Univariantes

Proceso de Bernoulli

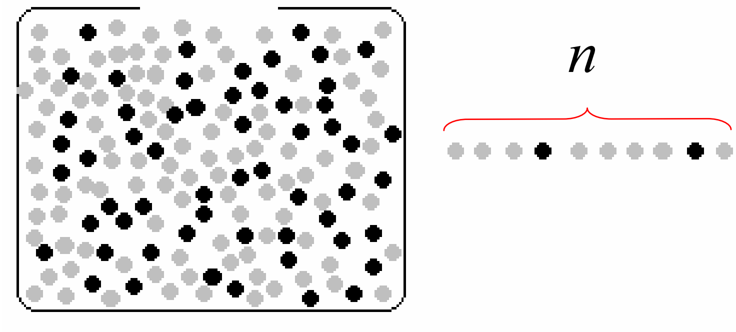
El resultado de un experimento admite dos categorías: "*Aceptable*" y "*Defectuoso*".

- Se repite el experimento *n* veces.
- La probabilidad de "*defectuoso"* es la misma *p* en todos los experimentos.
- Los experimentos son independientes.

Ejemplos de procesos de Bernoulli

- Lanzamiento de *n* monedas. Resultado: cara o cruz.
- Se extraen piezas al azar de un sistema continuo de fabricación. Se clasifican las piezas en aceptables o no.
- Lanzamiento de un dado *n* veces. En cada lanzamiento se clasifica como 6 o distinto de 6.

Distribución Binomial (*n,p*)

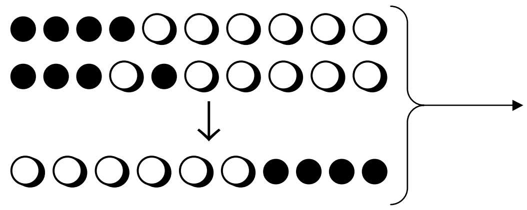


Proporción defectuosas = p

X = " Nº de defectuosas al extraer n piezas"

Distribución de probabilidad binomial *(n,p)* *n=10*

$$p^4(1-p)^6$$



$$\binom{10}{4}$$

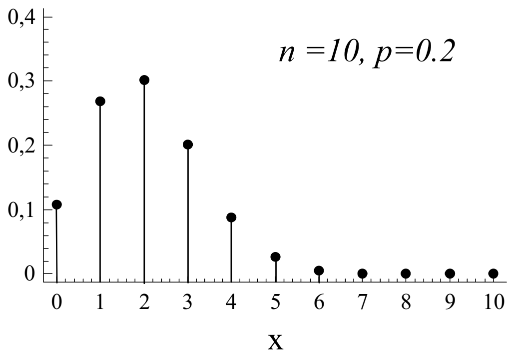
$$P(X=4)=\binom{10}{4}p^4(1-p)^6$$

Distribución de probabilidad binomial *(n,p)*

$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k},\quad k=0,1,2,\ldots,n$$

(1) $P(X=k)\geq 0,\ \forall\, k.$

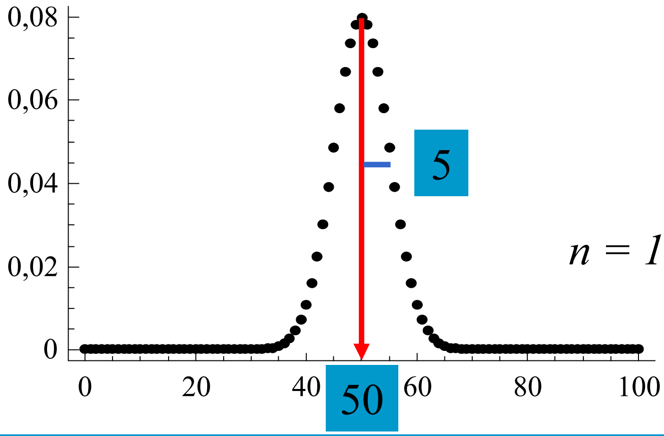
(2) $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}=1.$



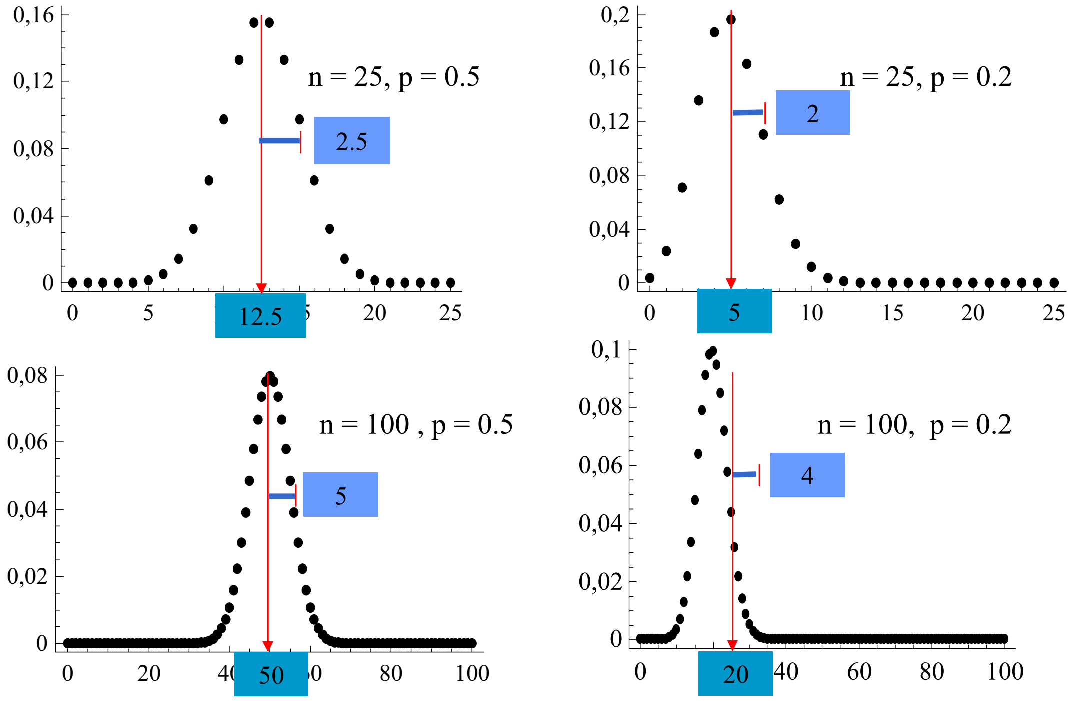
Propiedades de la dist. binomial

$$E[X]=\sum_{k=0}^{n}k\times P(X=k)=np.$$

$$Var[X]=E[X^2]-E[X]^2=np(1-p)$$



Distribuciones binomiales



Ejemplo

Un contrato estipula la compra de componentes en lotes grandes que deben contener un máximo de 10% de piezas con algún defecto. Para comprobar la calidad se toman 11 unidades y se acepta el lote si hay como máximo 2 piezas defectuosas. ¿Es un buen procedimiento de control?

Sea p la proporción de piezas en un lote,

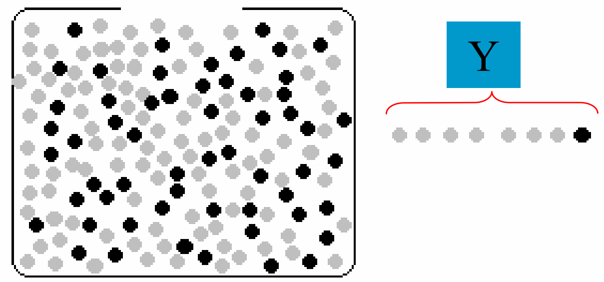
$X \equiv$ Número de defectuosas en la muestra

$$P(\text{Aceptar}) = P(X \le 2)$$

$$= \binom{11}{0} p^0 (1-p)^{11} + \binom{11}{1} p^1 (1-p)^{10} + \binom{11}{2} p^2 (1-p)^9$$

p	5%	10%	15%	20%	25%
$P(Aceptar)$	0.985	0.910	0.779	0.617	0.45

Distribución Geométrica (p)



Proporción defectuosas = p

Y = “Piezas extraídas hasta que aparezca una defectuosa”

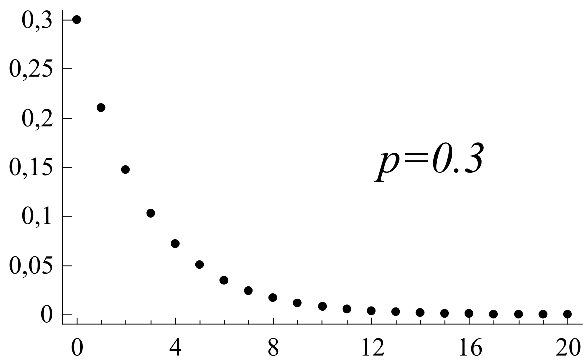
Distribución de probabilidad geométrica (p)

●	1 →	p
❍●	2 →	$(1-p)p$
❍❍●	3 →	$(1-p)^2p$
↓		↓
❍❍❍…●	k →	$(1-p)^{k-1}p$

$$P(X=k)=(1-p)^{k-1}p, \quad k=1,2,3,\ldots$$

Propiedades de la v.a. geométrica

$$E[Y] = \frac{1}{p}, \qquad Var[Y] = \frac{1-p}{p^2}$$



Distribución de Poisson

- Número de defectos aparecidos en tramos de longitud fija de hilos de cobre.
- Número de partículas por centímetro cúbico en líquidos con sustancias en suspensión.
- Emisiones radiactivas: número de partículas emitidas en intervalos de tiempo fijo.
- Número de llamadas a una centralita de teléfonos en un día

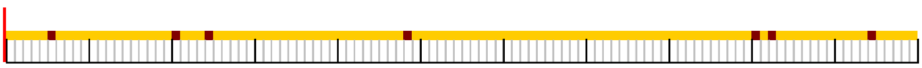
Distribución de Poisson

Ejemplo: Fabricación continua de conductor de cobre.

$\lambda \equiv$ Número medio de defectos cada 100 m

$\boxed{X \equiv \text{Número de defectos en un tramo de 100 m}}$

Límite de la dist. binomial



$$P_X(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \qquad p = \frac{\lambda}{n}$$

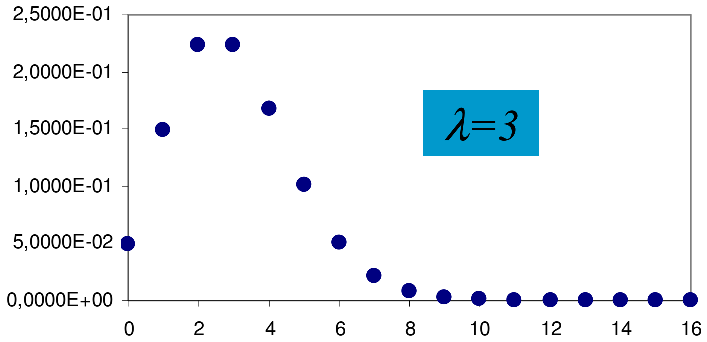
$$P_X(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{n!}{(n-x)!\,x!}\left(\frac{\lambda}{n}\right)^x \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-x}$$

$$= \frac{\lambda^x}{x!} \lim_{n\to\infty} \underbrace{\frac{n(n-1)\cdots(n-x+1)}{n^x}}_{\to 1} \underbrace{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}_{\to e^{-\lambda}} \underbrace{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{-x}}_{\to 1}$$

$$= \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}, \quad x = 0,1,2,\ldots$$

Distribución de Poisson

$$P(X=x)=\frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda}, \quad x=0,1,2,..$$



Media y Varianza

$$P(X=x)=\frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda}, \quad x=0,1,2,...$$

$$E[X]=\sum_{x=0}^{\infty} x\times\frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda}=\sum_{x=1}^{\infty} x\times\frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda}$$

$$=\lambda e^{-\lambda}\sum_{x=1}^{\infty}\frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)!}=\lambda$$

e^{λ}

$$\boxed{E[X]=\lambda \qquad Var[X]=\lambda}$$

Ejemplo

Una fuente radiactiva emite partículas según la distribución de Poisson de media 10 partículas por minuto. Se desea calcular:

- Probabilidad de 5 partículas en un minuto
- Probabilidad de 0 partículas en un minuto
- Probabilidad de más de 5 partículas en un minuto.
- Probabilidad de 30 o menos partículas en 5 minutos.

Ejemplo Poisson

1. $P(X=5)=e^{-10}\dfrac{10^5}{5!}=0.0378$
2. $P(X=0)=e^{-10}=4.54E-15.$
3. $P(X>5)=1-P(X\le 5)$

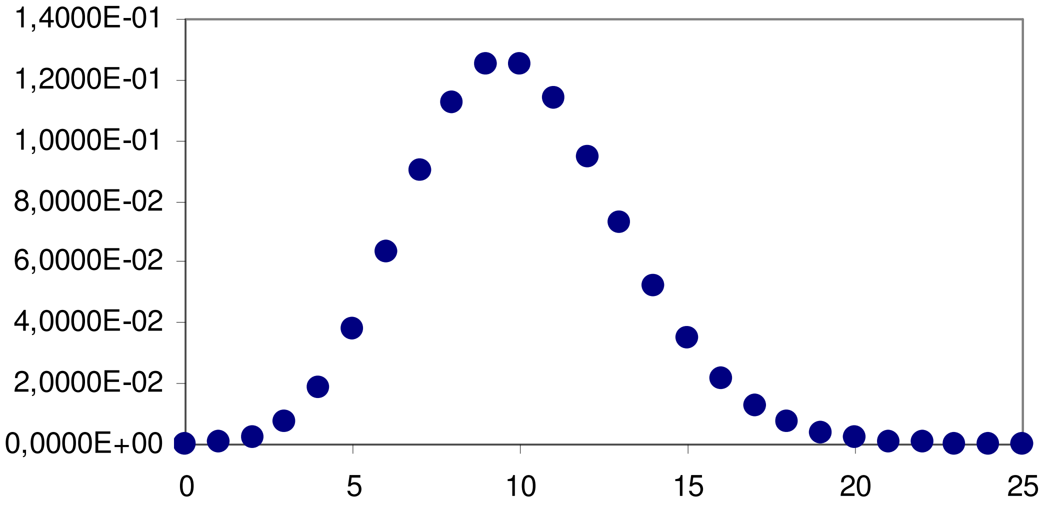
$$=1-e^{-10}\sum_{x=0}^{5}\frac{10^x}{x!}=0.933.$$

4. $Y\equiv$ Nº de partículas en 5 minutos

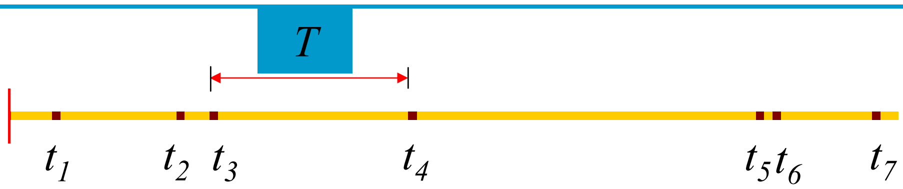
$\lambda' = 5\times 10 = 50$

$$P(Y\le 30)=e^{-50}\sum_{x=0}^{30}\frac{50^x}{x!}=0.0016$$

Poisson de media 10



Distribución Exponencial

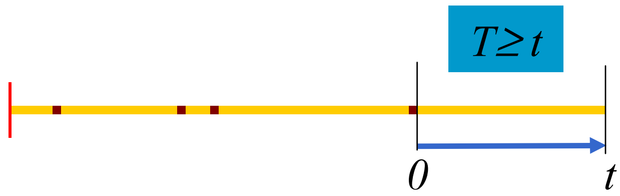


Ejemplo: Fabricación continua de conductor de cobre.

$\lambda \equiv$ Número medio de defectos cada 100 m

$T \equiv$ "Distancia entre dos defectos consecutivos"

Distribución Exponencial

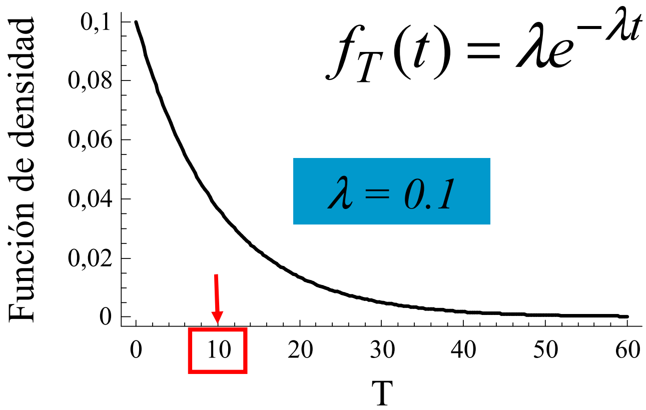


$$P(T \geq t) = P\{0 \text{ defectos en el intervalo } [0, \text{t})\}$$
$$= e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0$$
$$F_T(t) = P(T \leq t)$$
$$= 1 - e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0$$

$$f_T(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0.$$

Propiedades (Exponencial)

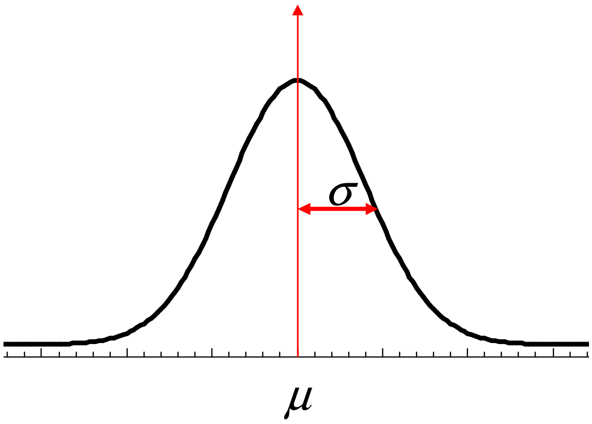
$$f_T(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0.$$



$$E[T] = \int_{-\infty}^{\infty} t f_T(t) dt = \int_0^{\infty} \lambda t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

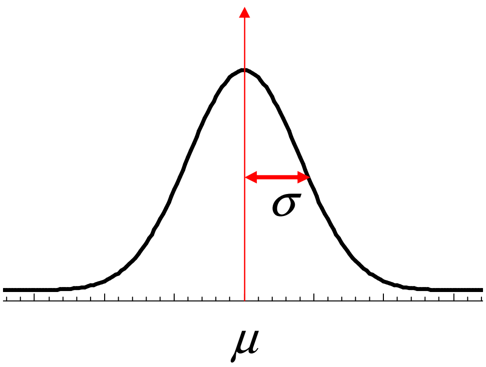
$$Var[T] = E[T^2] - E[T]^2 = \int_0^{\infty} \lambda t^2 e^{-\lambda t} dt - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Distribución Normal
Campana de Gauss



$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{ -\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2 \right\}, \quad x \in \Re$$

Medidas Características

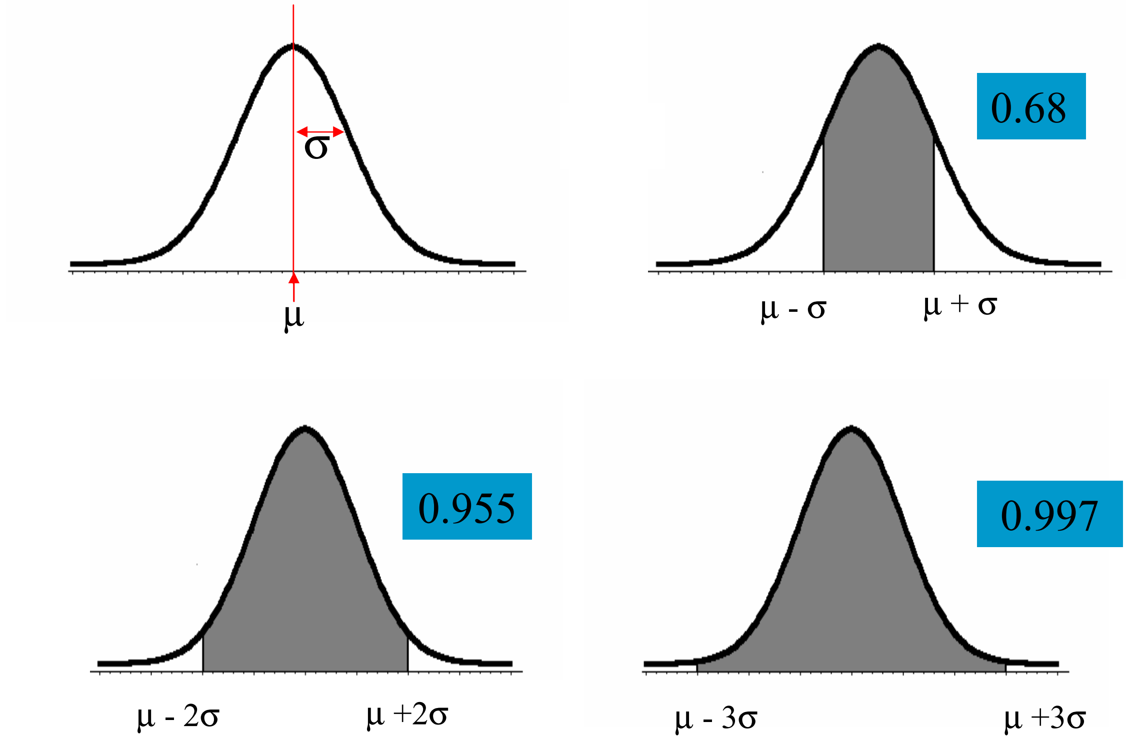


$$X \to N(\mu, \sigma)$$

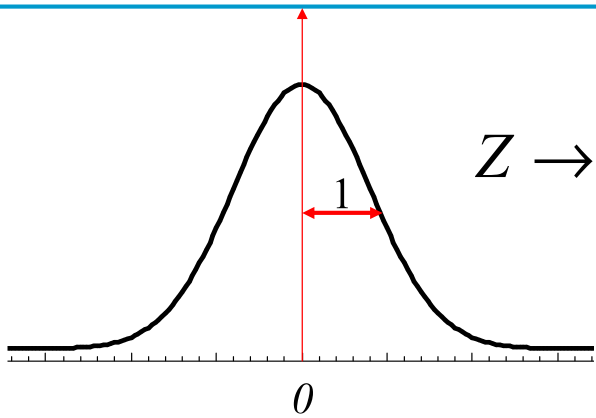
$E[X] = \mu$ $\qquad$ $Var[X] = \sigma^2$

$E[(X-\mu)^3] = 0$ $\qquad$ $E[(X-\mu)^4] = 3\sigma^4$

$CA = Asimetría = \dfrac{E[(X-\mu)^3]}{\sigma^3} = 0$ $\qquad$ $CAp = Curtosis = \dfrac{E[(X-\mu)^4]}{\sigma^4} = 3$



Normal Estándar



$$Z \rightarrow N(0,1)$$

$$f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}, \quad z \in \Re$$

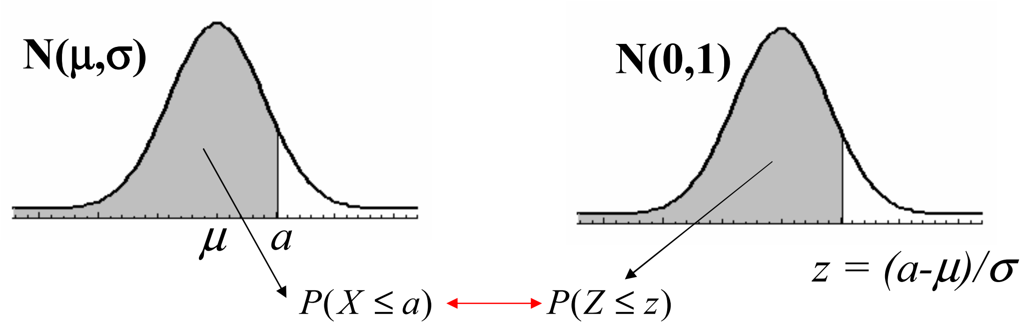
$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$$

TABLAS

Estandarización

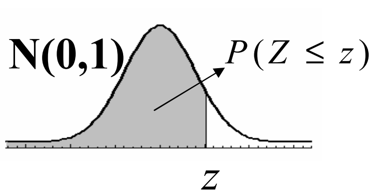
$$X \rightarrow N(\mu,\sigma) \quad \Rightarrow \quad Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \rightarrow N(0,1)$$

$$P(X \le a) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{a-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \le \frac{a-\mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right).$$



TABLA

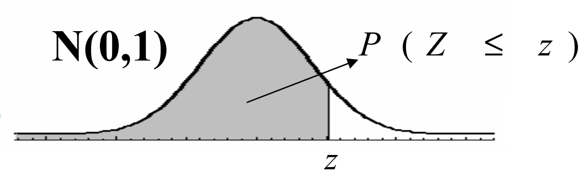
Normal Estándar



Ejemplo.

$P(Z \le 1.96) = 0.9750$

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0,1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0,2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0,3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0,4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0,5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0,6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0,7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0,8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0,9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1,0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1,1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1,2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1,3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1,4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1,5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1,6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1,7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1,8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1,9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2,0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2,1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2,2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2,3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2,4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2,5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2,6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2,7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2,8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2,9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3,0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
3,1	.9990323	.9990645	.9990957	.9991259	.9991552	.9991836	.9992111	.9992377	.9992636	.9992886
3,2	.9993128	.9993363	.9993590	.9993810	.9994023	.9994229	.9994429	.9994622	.9994809	.9994990
3,3	.9995165	.9995335	.9995499	.9995657	.9995811	.9995959	.9996102	.9996241	.9996375	.9996505
3,4	.9996630	.9996751	.9996868	.9996982	.9997091	.9997197	.9997299	.9997397	.9997492	.9997584
3,5	.9997673	.9997759	.9997842	.9997922	.9997999	.9998073	.9998145	.9998215	.9998282	.9998346
3,6	.9998409	.9998469	.9998527	.9998583	.9998636	.9998688	.9998739	.9998787	.9998834	.9998878
3,7	.9998922	.9998963	.9999004	.9999042	.9999080	.9999116	.9999150	.9999184	.9999216	.9999247
3,8	.9999276	.9999305	.9999333	.9999359	.9999385	.9999409	.9999433	.9999456	.9999478	.9999499
3,9	.9999519	.9999538	.9999557	.9999575	.9999592	.9999609	.9999625	.9999640	.9999655	.9999669
4,0	.9999683	.9999696	.9999709	.9999721	.9999733	.9999744	.9999755	.9999765	.9999775	.9999784

Ejemplo (Normal)

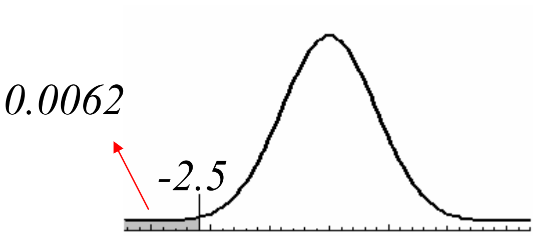
La longitud X de ciertos tornillos es una variable aleatoria con distribución normal de media 30 mm y desviación típica 0.2 mm. Se aceptan como válidos aquellos que cumplen $29.5 < X < 30.4$.

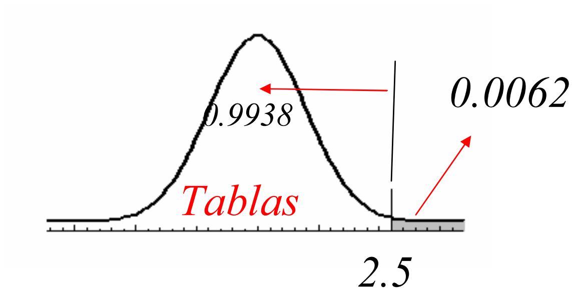
- Proporción de tornillos no aceptables por cortos.
- Proporción de tornillos no aceptables por largos.
- Proporción de tornillos válidos.

Ejemplo (Solución)

$$X \to N(30, 0.2) \quad \Rightarrow \quad Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \to N(0,1)$$

1. $$P(X \le 29.5) = P(\frac{X-30}{0.2} \le \frac{29.5-30}{0.2})$$
$$= P(Z \le -2.5) = \Phi(-2.5) = 0.0062$$





2. $$P(X \ge 30.4) = P\left(\frac{X-30}{0.2} \ge \frac{30.4-30}{0.2}\right)$$
$$= P(Z \ge 2.0) = 1 - \Phi(2) = 0.0228$$

3. $$P(29.5 < X < 30.4) = 1 - 0.0228 - 0.0062 = 0.971$$

Ejercicios propuestos

Capítulo 3. Modelos univariantes

3.1 Si las llamadas telefónicas a una centralita siguen una distribución de Poisson de parámetro $\lambda =$ 3llamadas/cinco minutos, calcular la probabilidad de:

(a) Seis llamadas en cinco minutos.
(b) Tres llamadas en diez minutos.
(c) Más de 15 en un cuarto de hora.
(d) Dos en un minuto.

3.2 La variable aleatoria X tiene distribución exponencial con media 1. Obtener la función de distribución y la función de densidad de

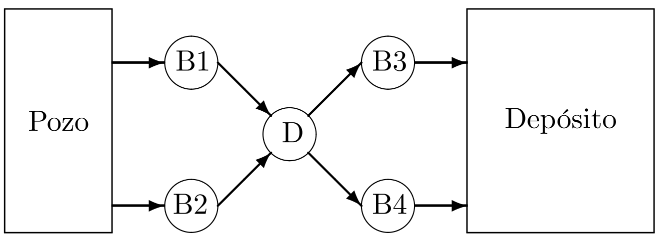
$$W = aX^{1/b}, \quad a > 0, b > 0$$

3.3 El número de averías diarias de una máquina sigue una distribución de Poisson de media 0.4 averías. Calcular la probabilidad de que haya tres días sucesivos sin averías.

3.4 A un puesto de servicio llegan de manera inedependiente, por término medio, 10 clientes/hora. Calcular la probabilidad de que lleguen 8 clientes en la próxima media hora sabiendo que en la última hora llegaron 14 clientes, y que la variable aleatoria *número de clientes que llegan en un hora* siguen una distribución de Poisson.

3.5 En una planta industrial dos bombas B_1 y B_2 en paralelo conducen agua desde un pozo a una depuradora D, y posteriormente otras dos bombas B_3 y B_4, también en paralelo, la trasladan a un depósito como indica la figura.

Los tiempos de vida de la depuradora y de las bombas son variables aleatorias independientes con distribución exponencial, siendo 20 mil horas la vida media de la depuradora y 30 mil horas la de cada bomba.



(a) Calcular la probabilidad de que llegue agua al depósito después de 20 mil horas de funcionamiento.

(b) Calcular la probabilidad de que una depuradora que ha trabajado T horas falle antes de las mil horas siguientes. ¿Es razonable que para evitar fallos de la depuradora se renueve ésta cada 20 mil horas? ¿Por qué?

3.6 Un laboratorio de análisis realiza pruebas de sangre para detectar la presencia de un tipo de virus. Se sabe que una de cada 100 personas es portadora del virus. Se va a realizar un estudio en un colegio, para abaratar las pruebas se realiza un análisis combinado que consiste en: En lugar de analizar la sangre de cada individuo, se toman las muestras de 50 y se analiza la mezcla. Si el resultado del análisis es negativo, se concluye que los 50 individuos están sanos. Si el análisis es positivo, se repite a cada persona de manera individual. El análisis es infalible.

(a) Determinar el número esperado de pruebas (análisis) que se tendrá que realizar si se sigue este tipo de estrategia.

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo determinado sea portador del virus, si el resultado del análisis realizado a su grupo de 50 ha resultado positivo?

3.7 De un lote con una proporción de piezas defectuosas p, se extraen piexas con reposición hasta que se observa la $k-$ésima defectuosa. Obtener la distribución de probabilidad de la variable aleatoria X *número total de piezas observadas.*

3.8 La función de densidad de una variable aleatoria X viene dada por la expresión

$$f(x) = \begin{cases} x/8, & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

Se generan secuencialmente valores de esta variable. ¿Cuántos valores de X habrá que generar por término medio hasta obtener un valor mayor que 3?

3.9 Una pareja decide tener hijos hasta el nacimiento de la primera niña. Calcular la probabilidad de que tengan más de 4 hijos. (Supóngase $P(niño) = P(niña) = 0.5$)

3.10 La distancia D entre dos vehículos consecutivos es una autopista sigue una distribución exponencial con media 200 metros. ¿Cuál es la probabilidad de que en un tramo de 1 km haya exactamente 5 vehículos?

3.11 La función de densidad del tiempo T de funcionamiento de un componente hasta que falla es

$$f(t) = k\beta t^{\beta-1} \exp(-kt^{\beta}), \quad t > 0, k > 0, \beta > 0.$$

Cuando un componente falla se puede reparar y queda igual que otro que no hubiera fallado nunca y tuviera la misma edad. Además, el tiempo necesario para reparar el componente se considera despreciable. Si un componente tiene su primer fallo en el instante t_1, calcular la probabilidad de que *el segundo fallo* se produzca después de t_2 con $t_2 > t_1$.

3.12 Ricardo es un pescador experto que ha comprobado, después de una larga experiencia practicando su deporte favorito, que el número de peces capturados por la mañana puede ser representado por una variable aleatoria de Poisson de media 3 peces a la hora. Quiere ir a pescar el sábado próximo, si empieza a las 7 de la mañana, ¿cuál es la probabilidad de que capture el primer pez antes de las 7 h. 15 min.? ¿Cuál es la probabilidad de que capture 5 peces durante dos horas de pesca?

3.13 La variable aleatoria T representa la duración de vida de un componente electrónico. En teoría de la fiabilidad la probabilidad de que un componente falle en el instante t sabiendo que ha durado hasta t se denomina *tasa de fallo* y se representa por $\lambda(t)$, siendo su valor en función de t

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)},$$

donde f y F son, respectivamente, las funciones de densidad y de distribución de la variable aleatoria T. Obtener la tasa de fallo en caso que T sea una variable aleatoria exponencial de media 1000 horas e interpolar el resultado.

3.14 Un examen consiste en 25 cuestiones. En cada cuestión, el alumno debe elegir entre 5 soluciones propuestas, de las que una (y sólo una) es cierta. El número mínimo de respuestas correctas que debe tener un alumno para aprobar es a. El profesor decide fijar a con el siguiente criterio: que la probabilidad de aprobar para un alumno que conteste todas las cuestiones al azar sea menor de 0.05. Obtener a. (Una cuestión es respondida al azar si cada uno de los cinco resultados propuestos tiene la misma probabilidad de ser escogido).

3.15 Obtener la función de densidad de una variable aleatoria χ^2 con un grado de libertad. (Si $X \rightsquigarrow N(0,1), Y = X^2$ es una χ^2_1.)

3.16 Dada una variable aleatoria X, cuya distribución es $N(0,\sigma^2)$, calcular la mediana de la variable $Y = |X|$.

3.17 La longitud L en milímetros de las piezas fabricadas en un proceso es una variable aleatoria que se distribuye según una $N(32, 0.3)$, considerándose aceptables aquellas cuya medida se encuentra dentro del intervalo (31.1, 32.6).

(a) Calcular la probabilidad de que una pieza elegida al azar sea aceptable.

(b) Si se toma al azar una muestra de tres piezas, ¿cuál es la probabilidad de que la primera y la tercera sean aceptables y la segunda no lo sea?

(c) ¿Cuál es la probabilidad de que en una muestra de tamaño 3 al menos una sea aceptable?

(d) Las piezas se embalan en lotes de 500. Calcular la probabilidad de que un lote tenga más de 15 defectuosas.

3.18 Un concesionario de automóviles recibe pedidos de un modelo según un proceso de Poisson de media 2 vehículos por semana. Los pedidos al fabricante se deben realizar con una antelación mínima de un mes, de forma que el concesionario pide en cada mes los vehículos que necesita para el mes siguiente. ¿Cuántos automóviles disponibles ha de tener a principios de un mes para satisfacer con probabilidad igual o mayor que 0.95 la demanda mensual? (Se considera que el mes tiene cuatro semanas).

3.19 Si la probabilidad de que un disparo impacte una diana es 0.0001, ¿cuál es la probabilidad de impactar en la diana 4 o más veces en 50000 disparos? Da un resultado numérico empleando la aproximación que consideres más adecuada. Se supone independencia.

3.20 Para controlar la calidad de un proceso textil se cuenta el número de defectos que aparecen en la tela fabricada. Según el fabricante, cuando el proceso funciona correctamente el número de defectos en una bobina de 100 metros cuadrados es una variable aleatoria de Poisson con media 4. Se ha instalado un equipo de visión artificial para realizar el recuento que permite inspeccionar 900 m^2

de tela cada hora. ¿Cuál es la probabilidad de que aparezcan más de 50 defectos en una hora si el proceso funciona bien?

3.21 Un compañía compra *chips* para montar en placas de ordenadores clónicos. Una empresa de reciclado le ofrece lotes de 10.000 chips a precios muy ventajosos pero con un porcentaje de defectuosos alto, alrededor del 10%. Para realizar el control de calidad de los lotes recibidos está considerando dos alternativas: (a) Tomar 100 unidades al azar y rechazar el lote si existen más de 15 defectuosas. (b) Tomar 100 unidades al azar, dividirlas en 10 grupos y si en algún grupo hay más de una pieza defectuosa rechazar el lote.¿Cuál es la probabilidad de rechazar un lote con el 10% de chips defectuosos para cada uno de los métodos? ¿Cuál es la probabilidad de aceptar un lote con el 20% de chips defectuoso para cada método?

3.22 Una compañía para comprobar la calidad de ciertos lotes de 30000 piezas realiza el siguiente control: toma una muestra al azar de 300 piezas y si tiene 15 o más piezas defectuosas rechaza el lote, aceptándolo en caso contrario. La compañía cada mes aplica este control a 200 lotes, ¿cuál es el número esperado de lotes rechazados si todos los lotes de un mes tienen exáctamente un 4% de piezas defectuosas?

3.23 Un servicio telefónico de urgencias recibe por término medio 10 llamadas cada minuto, ¿cuál es la probabilidad de recibir más de 550 llamadas en una hora? Se ha diseñado un "*call center*" con capacidad de respuesta de 650 llamadas a la hora, ¿cuál es el número esperado de horas al año con número de llamadas superior a su capacidad? (Se supone que las llamadas son independientes y todas las horas son similares)

3.25 A un congreso de medicina acuden 500 personas. Un laboratorio farmaceútico va a regalar corbatas a los hombres y pañuelos a las mujeres. Desgraciadamente no conocen el número exacto de cada sexo, aunque saben de otros congresos que la proporción es similar. Calcula el número mínimo de corbatas y de pañuelos que deben tener disponibles los organizadores para que todos los asistentes tengan el regalo que les corresponde con probabilidad de 0.99 (es decir ninguna mujer se quede sin pañuelo y ningún hombre sin corbata). Se supone que la probabilidad de hombre o mujer es igual a 0.5 y que la probabilidad de que un asistente sea de un determinado sexo es independiente del sexo de los restantes.

3.26 Federer y Nadal se encuentran empatados, 40-40 en un juego en el que está sacando Nadal. Según las estadísticas la probabilidad de que Nadal gane un punto determinado cuando tiene el saque es 0.6. ¿Cuál es la probabilidad de que el juego lo termine ganando Nadal? (Nota. Piensa en el desempate de la siguiente forma: se juegan dos puntos: si los gana un jugador ese jugador ha ganado el juego, si cada jugador gana un punto se juegan otros dos puntos y se vuelve a aplicar la misma regla).

3.26 "*Cibeles in Concert*" es una empresa que organiza viajes en autobus para asistir a actuaciones musicales. Para un concierto de *Bruce Springsteen* en Paris ha ofertado 300 plazas que salen de Madrid y Sevilla. Las reservas se hacen por Internet, el precio del viaje para los de Sevilla es de 60 € y para los de Madrid 50€. Las 300 plazas se cubren con seguridad. Si la probabilidad de que un asistente salga de Sevilla es 1/3 y de Madrid 2/3, y se acepta independencia entre las 300 reservas, calcula los ingresos esperados por la compañía y la varianza de estos ingresos.