Final Extraordinario de Estadística GITI, GIQ y GIO 05-07-2018

Tiempo: 60 minutos.

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

Las preguntas correctas suman 1 punto. Las preguntas sin respuesta no restan puntos. Las preguntas incorrectas o preguntas con más de una respuesta restan 0.2 puntos.

$\longleftarrow$ Marque su número de matrícula con los dígitos en los recuadros (con ceros a la izquierda si es necesario). En el recuadro de aquí abajo escriba **apellidos y nombre**.

Apellidos, Nombre:

....

Pregunta 1 La probabilidad de que una máquina produzca una pieza defectuosa es 0.02. Si el proceso de producción se detiene cuando la máquina produce una pieza defectuosa, calcular la probabilidad de que se detenga antes de producir 51 piezas.

☐ 0.64 ☐ 0.08 ☐ 0.83 ☐ 0.29 ☐ 0.40

Pregunta 2 Sean X_1, X_2 y X_3 tres variables aleatorias independientes e identicamente distribuidas, de tal manera que cada X_i puede tomar valores 1 y 0 con probabilidad (1-p) y p, respectivamente. Sea W la variable aleatoria, $W = -2X_1 + X_2 + X_3$. Calcule $E[W^2]$.

☐ 6p(1-p) ☐ p(1+p) ☐ 3p(1-p) ☐ p(1-p) ☐ 2p(1-p)

Pregunta 3 Para contrastar unilateralmente que la esperanza μ de una variable aleatoria normal es 5, se toma una muestra de tamaño n=16 y se rechaza la hipótesis en el caso de que la media muestral sea mayor que 5.825, aceptándolo en el caso contrario. Sabiendo que la desviación típica de la población es $\sigma = 2$, la probabilidad de error tipo II de este contraste cuando $\mu = 6$ es:

☐ $<$0.05 ☐ $>$0.586 ☐ 0.363 ☐ 0.586 ☐ 0.0586

Pregunta 4 De un lote de piezas extraemos una muestra aleatoria simple de cien unidades. Observamos que cinco de ellas son defectuosas. Calcular un intervalo de confianza para la proporción de piezas defectuosas del lote, con un nivel de confianza del noventa por ciento.

☐ Faltan datos. ☐ [0.042 - 0.058] ☐ [0.011 - 0.089] ☐ [0.035 - 0.065] ☐ [0.014 - 0.086]

Pregunta 5 En las últimas ediciones de la feria del libro, la editorial "Cibeles" ha recibido una media de 80 compradores por día. En el año 2018 ha recibido la visita de 260 compradores en tres días. Los dueños desean contrastar si el número de compradores ha aumentado este año 2018 y para ello realizan un contraste de hipótesis (suponiendo que el número de visitantes sigue una distribución de Poisson). El p-valor del contraste que obtienen es aproximadamente:

☐ 0.05 ☐ 0.07 ☐ 0.03 ☐ 0.04 ☐ 0.10

Pregunta 6 Sea la variable aleatoria X con función de densidad de probabilidad:

$$f(x) = \frac{1}{3}, \quad x \in [k, 2], \; k \in \mathbb{R}.$$

Calcular $E[Z]$, dónde $Z = |X|$.

☐ 1 ☐ <0.5 ☐ 5/6 ☐ >1.25 ☐ 4/5

Pregunta 7 Se han medido dos variables $(x_i, y_i), i = 1, 2, ..., n$ en n individuos. El coeficiente de correlación r entre x e y es negativo. Se define $z_i = x_i + y_i$, llamando s_x^2, s_y^2 y s_z^2 a las varianzas de x_i, y_i y z_i, respectivamente, decir cual de las siguientes afirmaciones es cierta:

☐ $s_z^2 = (1 - r^2)s_x s_y$ ☐ $s_z^2 < s_x^2 + s_y^2$ ☐ $s_z^2 > s_x^2 + s_y^2$ ☐ $s_z^2 = r^2 s_x s_y$
☐ $s_z^2 = s_x^2 + s_y^2$

Pregunta 8 Sean dos variables aleatorias X e Y con función de densidad conjunta

$$f(x, y) = kxy, \quad k \in \mathbb{R}, \; 0 < y < x < 2.$$

Calcular $P[Y < 0.25 | X = 0.5]$.

☐ 0.5 ☐ 0.25 ☐ >0.6 ☐ 0.3 ☐ <0.2

Pregunta 9 Una empresa multinacional fabrica sensores y los suministra en lotes de 15000 unidades a diferentes proveedores. En el contrato de suministro se especifica que el número máximo de piezas defectuosas en un lote (AQL) es 1.5 %. La probabilidad de aceptación con calidad igual al AQL es 0,95. Además si el porcentaje de defectuosos es del 4 % (RQL) la probabilidad de aceptación es 0,10. Determine el tamaño muestral n y el valor c, de tal forma que si el número de piezas defectuosas es menor o igual a c se acepta el lote, rechazándose en caso contrario.

☐ n=340, c=10 ☐ n=325, c=9 ☐ n=315, c=11 ☐ n=325, c=11
☐ n=315, c=10

Pregunta 10 Sea T el tiempo computacional requerido (en segundos) para que un servidor procese un conjunto de datos. La función de densidad de esta variable es:

$$f_T(t) = \frac{\alpha}{t^{\alpha+1}} \quad , \quad t \geq 1 \quad y \quad \alpha > 1$$

Si $\bar{t}$ es la media muestral, el estimador para el parámetro α empleando el método de los momentos es:

☐ $(\bar{t} + 1)/\bar{t}$ ☐ $\bar{t}/(\bar{t} - 1)$ ☐ $\bar{t}/(\bar{t} + 1)$ ☐ $\bar{t}$ ☐ $(\bar{t} + 1)/(\bar{t} - 1)$