



Tiempo: 90 minutos.

0 0 0 0 0
1 1 1 1 1
2 2 2 2 2
3 3 3 3 3
4 4 4 4 4
5 5 5 5 5
6 6 6 6 6
7 7 7 7 7
8 8 8 8 8
9 9 9 9 9

Las preguntas correctas suman 0.625 puntos. Las preguntas sin respuesta no restan puntos. Las preguntas incorrectas o preguntas con más de una respuesta restan 0.125 puntos.

← Marque su número de matrícula con los dígitos en los recuadros (con ceros a la izquierda si es necesario). En el recuadro de aquí abajo escriba **apellidos y nombre**.

Apellidos, Nombre:

Pregunta 1 El número de defectos por metro en un proceso industrial es una variable aleatoria con distribución de Poisson de media $\lambda = 6$. De vez en cuando el proceso se desajusta y λ aumenta. Para identificar estos desajustes cada hora se toma una muestra de 10 metros y se realiza el contraste: $H_0 : \lambda = 6$ frente a $H_1 : \lambda > 6$ con $\alpha = 0.05$. Si el proceso se desajusta y $\lambda = 8$, ¿cuál es la probabilidad de no detectar el cambio?

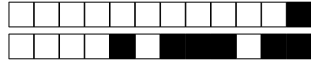
- 0.57 0.30 0.085 0.42 0.21

Pregunta 2 Un estudio realizado por el Instituto para la Diversificación y Ahorro de la Energía sobre el consumo energético afirma que un aspirador doméstico consume en promedio 46 kilovatios-hora por año. Se tienen datos de 12 hogares, y para éstos el promedio de consumo es de 42 kilovatios-hora anuales, con una desviación típica muestral corregida de 11,9 kilovatios-hora. Se desea saber si estos datos implican que, para un nivel de significación de 0.05, los aspiradores domésticos consumen en promedio menos de 46 kilovatios-hora por año. Suponiendo normalidad, calcula el nivel crítico (p -valor) del contraste.

- $0.1 \leq p\text{-valor} < 0.15$ $0.05 \leq p\text{-valor} < 0.1$
 $0.15 \leq p\text{-valor} < 0.5$ $p\text{-valor} < 0.05$ $p\text{-valor} \geq 0.5$

Pregunta 3 Sea la variable continua X con función de densidad $f_X(x) = 4x^3/\theta^4, 0 < x < \theta$. El error cuadrático medio (ECM) del estimador de θ por el método de los momentos, para una muestra con n observaciones es

- $\frac{\theta^2}{n^2}$ $\frac{\theta^2}{n}$ $\frac{4\theta}{n}$ $\frac{\theta^2}{24n}$ $\frac{\theta^2}{6n^2}$



Pregunta 4 En la tabla siguiente se muestra el número de incidentes semanales en la catenaria de la red de cercanías de una capital española en los últimos dos años (104 semanas).

Núm. Inciden.	0	1	2	3	4	5	6	7
Núm. Semanas	5	14	20	29	16	15	2	3

Dar un intervalo al 95 % de confianza para α si el número de incidentes en una semana es una variable aleatoria con la siguiente distribución de probabilidad:

$$P(U = u) = e^{-\alpha} \frac{\alpha^u}{u!}, \quad u = 0, 1, 2, \dots, \infty$$

- (2.67; 3.33) (10.5; 15.5) (6.56; 19.44) (0.298; 0.373)
 (5.23; 20.77)

Pregunta 5 Se sabe que el tiempo T de respuesta de un servidor web dedicado a las consultas pediátricas online es una variable aleatoria cuya función de densidad es: $f(t) = \alpha t \cdot e^{-\frac{\alpha}{2}t^2}$ para $t > 0$, y 0 en el resto de valores de t . Se han recogido $n = 50$ tiempos de respuesta a estas consultas, obteniéndose que $\sum_{i=1}^{50} t_i = 146.28$, y $\sum_{i=1}^{50} t_i^2 = 510.58$. Obtener el estimador de α por máxima verosimilitud.

- $\hat{\alpha}_{MV} = 0.1958$ $\hat{\alpha}_{MV} = 0.6522$ $\hat{\alpha}_{MV} = 0.5087$
 $\hat{\alpha}_{MV} = 0.4565$ $\hat{\alpha}_{MV} = 0.35$

Pregunta 6 Se han tomado dos muestras independientes de tamaño 11 y 21 para comparar dos tratamientos según el modelo de la distribución normal.

	n	media	varianza(corregida)
Muestra-1	11	2330.1	33.9
Muestra-2	21	2338.8	138.9

Aceptando que los datos son homocedásticos construir un intervalo de confianza al 95 % para la varianza σ^2 del modelo.

- (33.9; 138.9) (66.4; 185.6) (10.2; 154.8) (91.2; 325.0)
 (75.9; 270.3)

Pregunta 7

Sea X una variable aleatoria con distribución $N(\mu, \sigma)$. Se ha tomado una muestra de tamaño n , X_1, X_2, \dots, X_n , y para estimar μ se utiliza el estimador $\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n-1}$. Indica el error cuadrático medio (ECM) del estimador:

- $\frac{n\sigma^2 + \mu^2}{n-1}$ $\frac{n\sigma^2 + \mu^2}{(n-1)^2}$ $\frac{n\sigma^2 + \mu^2}{n-1}$ $\frac{n^2\sigma^2 + 2\mu^2}{(n-1)^2}$ $\frac{n\sigma^2 + \mu^2}{(2n-1)^2}$

Pregunta 8 Una empresa que fabrica neveras está analizando la temperatura interior de estos electrodomésticos. Se mide la temperatura de veinte neveras, obteniendo una media de 7.9 °C y una desviación típica corregida de 2.8 °C. Aceptando normalidad, calcula un intervalo de confianza para la temperatura media poblacional tomando $\alpha = 0.1$.

- (6.98 - 8.82) (6.82 - 8.98) (6.91 - 8.89) (6.78 - 9.02)
 (6.87 - 8.93)



Pregunta 9 La Delegación de Alumnos sortea varios viajes para dos personas entre todos los estudiantes de la ETSII. Para asignar las parejas, Delegación elije aleatoriamente dos estudiantes. Sabiendo que se han obtenido a parejas formadas por dos chicos, b parejas formadas por un chico y una chica, y c parejas formadas por dos chicas, estime por máxima verosimilitud la proporción de alumnos varones que hay en la Escuela.

- $(2a + b)/(2a + 2b + 2c)$
 $(a + b)/(2a + 2b + 2c)$
 $(a + b)/(a + b + c)$
 $(1 + a + b)/(2a + 2b + 2c)$
 $1/(2a + 2b + 2c)$

Pregunta 10 Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria simple de una variable aleatoria X con distribución continua uniforme en el intervalo $(0, \theta)$, con parámetro θ desconocido. Indique cuál es la media y la varianza del estimador por momentos.

- $E[\hat{\theta}] = 2\theta, Var[\hat{\theta}] = 4\theta^2/3$
 $E[\hat{\theta}] = \theta, Var[\hat{\theta}] = 4\theta^2/3$
 $E[\hat{\theta}] = \theta, Var[\hat{\theta}] = \theta^2/3n$
 $E[\hat{\theta}] = 2\theta, Var[\hat{\theta}] = \theta^2/3n$
 $E[\hat{\theta}] = \theta(n - 1)/n, Var[\hat{\theta}] = \theta^2/3$

Pregunta 11 La proporción de piezas defectuosas producidas en una fábrica ha sido hasta ahora del 3%. Se ha introducido un cambio en el proceso de producción que ha abaratado el coste de las piezas pero puede haber afectado a su calidad. Para comprobarlo se han tomado 200 piezas y se realiza el contraste $H_0 : p = 0.03$, frente a $H_1 : p > 0.03$ con nivel de significación 0.05. ¿Cuál es el error tipo II si $p = 0.06$?

- 0.272 0.132 0.002 0.213 0.024

Pregunta 12 El coeficiente de correlación lineal entre x_i e y_i es 0.8. Se han transformado las variables de la siguiente forma $u_i = 0.5x_i + 1$ y $v_i = 0.5y_i + 1$. El coeficiente de correlación entre u_i y v_i es

- 0.4 1 0.8 0.2 0.565

Pregunta 13 Sea x_1, x_2, \dots, x_n una muestra aleatoria de una variable aleatoria con función de densidad $f_X(x)$ asimétrica, con $x > 0$. Indica el valor a que minimiza $S(a) = \sum_{i=1}^n (x_i - a)^2$

- la media geométrica la mediana la varianza corregida
 la media la varianza

Pregunta 14 En un estudio realizado por la Universidad de Bergen (Noruega), se midió el voltaje requerido para separar dos compuestos del petróleo en 18 muestras, resultando una media de 178.5 V. Se desea calcular un intervalo de confianza 99% para el voltaje medio suponiendo que se cumple la hipótesis de normalidad. Suponiendo que σ es conocido e igual a 8.35 V ¿Cuál debe ser el tamaño muestral n para que la amplitud del intervalo sea de 6 V?

- $n = 24$ $n = 38$ $n = 60$ $n = 51$ $n = 19$



Pregunta 15 Mendel en 1865 observó que al cultivar ciertos tipos de guisantes se obtenían cuatro variedades G1 (lisos y amarillos), G2 (lisos y verdes), G3 (rugosos y amarillos), G4 (rugosos y verdes) con proporciones $9/16$, $3/16$, $3/16$, $1/16$, respectivamente. Un biólogo que desea contrastar la teoría de Mendel con nivel de significación $\alpha = 0.05$, ha replicado el experimento y ha obtenido 556 plantas de las que 315 eran de G1, 108 de G2, 101 de G3 y 32 de G4. Llamando χ_0^2 al estadístico de contraste, indicar cuál de estas afirmaciones es cierta:

- La región de aceptación es $\chi_0^2 \in (0, 7.81)$, se rechaza la teoría
- La región de aceptación es $\chi_0^2 \in (0, 7.81)$, se acepta la teoría
- La región de aceptación es $\chi_0^2 \in (0.216, 9.35)$ se rechaza la teoría
- La región de aceptación es $\chi_0^2 \in (0, 5.99)$, se acepta la teoría
- La región de aceptación es $\chi_0^2 \in (0.216, 9.35)$ se acepta la teoría

Pregunta 16 Calcular el p-valor del contraste

$$H_0 : \mu = 20$$

$$H_1 : \mu \neq 20$$

con una muestra de 30 observaciones que tienen media 20.8 si la varianza es conocida, $\sigma^2 = 9$. (nivel de significación $\alpha = 0.01$).

- 0.072 0.856 0.144 0.036 0.05